

A. LÝ THUYẾT**I. ĐẠI SỐ**

1. Thế nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Cho ví dụ?
Em có nhận xét gì về nghiệm và biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn?
2. Nêu cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.
3. Nêu cách giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
4. Nêu tính chất của đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)
5. Thế nào là phương trình bậc hai một ẩn? Cho ví dụ.
Viết công thức nghiệm, của phương trình bậc hai một ẩn

II. HÌNH HỌC

1. Thế nào là: góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.
2. Nêu cách tính số đo: cung nhỏ, cung lớn; số đo của góc nội tiếp; số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung; số đo của góc có đỉnh ở bên trong (ở bên ngoài) đường tròn.
3. Phát biểu các định lý về mối quan hệ giữa cung nhỏ và dây căng cung đó trong một đường tròn; định lý về quan hệ giữa đường kính, cung và dây trong một đường tròn
4. Phát biểu định lý và hệ quả về góc nội tiếp
5. Phát biểu quỹ tích cung chứa góc
6. Thế nào là tứ giác nội tiếp? Tứ giác nội tiếp có tính chất gì? Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp.

B. BÀI TẬP**I. ĐẠI SỐ****Dạng 1. Giải hệ phương trình**

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 7y = 9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -2x + y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + 2y = -x \\ 5(x + y) = -3x + y - 5 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = -2(x - 1) \\ 7x + 3y = x + y + 5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} + \frac{3}{x+y} = 5 \\ \frac{2x}{x+y} - \frac{1}{x+y} = 3 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y-2} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases}$$

Dạng 2. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài toán công việc chung và riêng

Bài 1. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

Bài 2. Trên công trường cả 2 máy xúc A và B cùng làm chung thì hoàn thành công việc trong 10h. Nếu máy xúc A và B cùng làm chung trong 3h sau đó máy xúc B bị hỏng, máy xúc A phải làm thêm 3h nữa thì chỉ hoàn thành $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi máy xúc phải làm trong bao lâu mới xong công việc ?

Bài 3. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{3}{10}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể ?

Bài 4. Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì hai tổ được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Bài 5. Hai công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 12 giờ. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng, mỗi đội hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

Bài 6: Hai vòi nước cùng lúc chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ 20 phút bể đầy. Người ta cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{4}{5}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài toán có yếu tố hình học

Bài 7. Cho mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 360m^2 . Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6 m thì diện tích không thay đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lúc ban đầu ?

Bài 8: Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 45m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích của mảnh vườn đó?

Bài 9. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm 2m^2 . Tính diện tích của mảnh vườn ?

Bài toán liên qua tỉ số phần trăm

Bài 10. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm được 900 chi tiết máy trong một thời gian quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất phải làm bao nhiêu chi tiết máy ?

Bài 11. Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm được 330 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện do tổ một làm vượt mức 10%, tổ hai làm giảm 15% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà mỗi tổ phải làm theo kế hoạch ?

Bài 12. Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%, tổ 2 vượt 20% sản phẩm so với tháng thứ nhất do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm ?

Bài 13. Hai trường A và B của một thị trấn có 210 học sinh lớp 9 dự thi vào 10. Tính riêng thì trường A đỗ 80%, trường B đỗ 90% nên tổng số học sinh đỗ vào lớp 10 của cả hai trường là 179 học sinh. Tính xem mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 dự thi ?

Bài 14. Nhân dịp Quốc tế Phụ nữ 8/3 bạn Hồng dự định đi siêu thị mua tặng mẹ một cái máy sấy tóc và một cái bàn ủi với tổng giá tiền là 720 nghìn đồng. Vì lễ nên siêu thị giảm giá, mỗi máy sấy tóc giảm 10%, mỗi bàn ủi giảm 20% nên Hồng chỉ phải trả 602 nghìn đồng. Hỏi giá tiền ban đầu (khi chưa trả giá) của mỗi máy sấy tóc, bàn ủi là bao nhiêu ?

Bài toán chuyển động

Bài 15. Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180 km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10 km/h. Tính vận tốc của mỗi xe ?

Bài 16: Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22km và ngược dòng 9km thì hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước không đổi).

Một số bài toán khác

Bài 17. Một phòng họp có 360 ghế ngồi được xếp thành từng dãy và số ghế của từng dãy đều như nhau. Nếu tăng thêm 1 dãy và mỗi dãy tăng thêm 1 ghế thì trong phòng có 400 ghế. Hỏi trong phòng họp lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế, mỗi dãy có bao nhiêu ghế (số ghế trong một dãy không vượt quá 20 ghế) ?

Bài 18: Trong một trang sách, nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang sẽ bớt đi 136 chữ, nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng tăng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ của mỗi dòng.

Bài 19: Ba năm trước tuổi cha bằng 7 lần tuổi con trừ bớt 1. Năm nay, tuổi cha bằng 4 lần tuổi con cộng thêm 5. Hỏi năm này mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 20: Tổng của chữ số hàng đơn vị và hai lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 10. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì sẽ được số mười nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số có hai chữ số đó.

Dạng 3: Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có chứa tham số

Bài 1: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = m \\ -5x + y = -1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 3$
- Tìm m để hệ có nghiệm $x > 0, y > 0$

Bài 2: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

- Tìm m để nghiệm của hệ có dạng $(2; y)$
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $S = 2x - y$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = -1$

b) Tìm m ($m \neq 0$) để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$

Dạng 4: Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = (2m - 1)x^2$

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -2)$

b) Vẽ đồ thị (P) của hàm số khi $m = -\frac{1}{2}$

Bài 2: Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = -2x - 3$ trên cùng hệ trục tọa độ.

a) Gọi M, N là giao điểm của hai đồ thị. Xác định tọa độ M, N

b) Tính chu vi và diện tích $\triangle OMN$

Bài 3: Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $y = 2x^2$

b) $y = -2x^2$

c) $y = -\frac{3}{2}x^2$

II. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B), gọi M là điểm chính giữa cung AC, BM cắt AC tại H và cắt tia tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) tại K, AM cắt BC tại D.

a) Chứng minh $\triangle ABD$ cân đỉnh B

b) Chứng minh các tứ giác DMHC, AKDB nội tiếp

c) Tứ giác AKDH là hình gì? Vì sao?

d) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle BHD$ cắt đường tròn (B; BA) tại N. Chứng minh A, C, N thẳng hàng.

Bài 2: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), dựng cá tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (D, E thuộc (O)). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại D và K. Vẽ $OI \perp AE$ tại I.

a) Chứng minh: B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{BIC}$

c) Chứng minh $AC^2 = AD \cdot AE$ và tứ giác IHDC nội tiếp

d) Gọi S là giao điểm của BC và AD. Chứng minh $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$ và $DH = HK$

Bài 3: Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 8\text{cm}$. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A và B của (O). Qua điểm M thuộc (O) kẻ tiếp tuyến thứ ba của đường tròn (O) (M khác A và B), tiếp tuyến này cắt Ax tại C, cắt By tại D ($AC > BD$)

- Chứng minh các tứ giác OACM, OBDM là các tứ giác nội tiếp
- OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Tứ giác OEMF là hình gì?
- Gọi I là trung điểm của OC và K là trung điểm của OD. Chứng minh tứ giác OIMK là tứ giác nội tiếp
- Cho $AC + BD = 10\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác OIMK

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kì. Gọi giao điểm của AC, AD với xy theo thứ tự là M, N

- Chứng minh MCDN là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh $AC \cdot AM = AD \cdot AN$
- Kẻ $AH \perp CD$ tại H, cắt MN tại K. Chứng minh K là trung điểm của MN.
- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Chứng minh rằng khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I chuyển động trên một đường thẳng.

Bài 5: Cho nửa đường tròn tâm (O; R), đường kính AB. Gọi M là điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến d tại M của nửa đường tròn cắt trung trực đoạn thẳng AB tại I. Đường tròn tâm I bán kính IO cắt d tại P, Q (P là điểm nằm trong $\widehat{AOM}$).

- Chứng minh các tia AP, BQ tiếp xúc với nửa đường tròn đã cho
- Gọi H là giao điểm của OP và AM, K là giao điểm của OQ và BM. Chứng minh tứ giác PHKQ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh $R^2 = AP \cdot BQ$
- Xác định vị trí của điểm M để bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác PHKQ là nhỏ nhất