

A- PHẦN ĐẠI SỐ

I- NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC, ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

Bài 1: Thực hiện phép tính:

- a) $2x(3x^2 - 5x + 3)$ b) $-2x^2(x^2 + 5x - 3)$ c) $-\frac{1}{2}x^2(2x^3 - 4x + 3)$
d) $(2x - 1)(x^2 + 5 - 4)$ e) $7x(x - 4) - (7x + 3)(2x^2 - x + 4)$.

Bài 2: Tìm x, biết:

- a) $3x(x+1) - 2x(x+2) = -1-x$ b) $4x(x-2019) - x + 2019 = 0$
c) $(x-4)^2 - 36 = 0$ d) $x^2 + 8x + 16 = 0$.
e) $x(x+6) - 7x - 42 = 0$ f) $25x^2 - 9 = 0$

II- PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $14x^2y - 21xy^2 + 28x^2y^2$ b) $x(x+y) - 5x - 5y$.
c) $10x(x-y) - 8(y-x)$. d) $(3x+1)^2 - (x+1)^2$
e) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ f) $5x^2 - 10xy + 5y^2 - 20z^2$.
g) $x^3 - x + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - y$ h) $x^2 + 7x - 8$
i) $x^2 + 4x + 3$. j) $16x - 5x^2 - 3$
k) $x^4 + 4$ l) $x^3 - 2x^2 + x - xy^2$.

III- CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC, CHIA HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Bài 1: Làm tính chia:

- a) $(6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4) : 3x^3y^2$ b) $(2x^3 - 21x^2 + 67x - 60) : (x - 5)$
c) $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1)$ d) $(x^2 - y^2 + 6x + 9) : (x + y + 3)$

Bài 2: Tìm a, b sao cho:

- a) Đa thức $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 5$
b) Đa thức $2x^3 - 3x^2 + x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$.
c) Đa thức $3x^3 + ax^2 + bx + 9$ chia hết cho $x + 3$ và $x - 3$.

Bài 3: Tìm giá trị nguyên của n

- a) Để giá trị của biểu thức $3n^3 + 10n^2 - 5$ chia hết cho giá trị của biểu thức $3n+1$.
b) Để giá trị của biểu thức $10n^2 + n - 10$ chia hết cho giá trị của biểu thức $n - 1$.
c) Để đa thức $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + n$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 5$

d) Đề đa thức $3x^3 + 10x^2 - 5$ chia hết cho đa thức $3x + 1$

Bài 4: Chứng minh:

- a) $a^2(a + 1) + 2a(a + 1)$ chia hết cho 6 với $a \in \mathbb{Z}$; c) $x^2 + 2x + 2 > 0$ với $x \in \mathbb{Z}$;
b) $x^2 - x + 1 > 0$ với $x \in \mathbb{Z}$; d) $-x^2 + 4x - 5 < 0$ với $x \in \mathbb{Z}$.

Bài 5: Tìm GTLN, GTNN của biểu thức sau:

a) $x^2 - 6x + 11$

b) $-x^2 + 6x - 11$

IV- CÁC PHÉP TOÁN VỀ PHÂN THỨC:

Bài 1 : Thực hiện các phép tính sau :

a) $\frac{5xy - 4y}{2x^2y^3} + \frac{3xy + 4y}{2x^2y^3}$

b) $\frac{x+3}{x-2} + \frac{4+x}{2-x}$

c) $\frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x^2+3x}$

d) $\frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x}$

e) $\frac{2x+6}{3x^2-x} : \frac{x^2+3x}{1-3x}$

f) $\frac{3}{2x^2y} + \frac{5}{xy^2} + \frac{x}{y^3}$

g) $\frac{x+4}{5x-25} \cdot \frac{x-5}{x^2+8x+16}$

h) $\frac{a^2-b^2}{9b^2} : \frac{a+b}{3b}$

V- CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}$

- a) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa. b) Rút gọn A. c) Tìm x để $A = \frac{-3}{4}$.
d) Tìm x để biểu thức A nguyên. e) Tính giá trị của biểu thức A khi $x^2 - 9 = 0$

Bài 2: Cho biểu thức $B = \frac{(a+3)^2}{2a^2+6a} \cdot (1 - \frac{6a-18}{a^2-9})$

- a) Tìm ĐKXĐ của B. b) Rút gọn biểu thức B.
c) Với giá trị nào của a thì B = 0. d) Khi B = 1 thì a nhận giá trị là bao nhiêu ?

Bài 3: Cho biểu thức $C = \frac{x}{2x-2} + \frac{x^2+1}{2-2x^2}$

- a) Tìm x để biểu thức C có nghĩa.
b) Rút gọn biểu thức C.
c) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức $C = -\frac{1}{2}$
d) Tìm x để giá trị của phân thức $C > 0$.

Bài 4: Cho phân thức $D = \frac{2x^2-4x+8}{x^3+8}$

- a) Tìm ĐKXĐ của D.
b) Hãy rút gọn phân thức D.

- c) Tính giá trị của phân thức tại $x = 2$.
d) Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức $D > 2$.

Bài 5: Cho biểu thức $C = \frac{x^3}{x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2} - \frac{2}{x + 2}$

- a) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức C được xác định.
b) Tìm giá trị nguyên của x để C nhận giá trị dương.
c) Tìm x để $C = 0$.

Bài 6: Cho $S = \left(\frac{x}{x^2 - 36} - \frac{x - 6}{x^2 + 6x} \right) : \frac{2x - 6}{x^2 + 6x} + \frac{x}{6 - x}$

- a) Rút gọn biểu thức S .
b) Tìm x để giá trị của $S = -1$

Bài 7: Cho $P = \left(\frac{2 + x}{2 - x} + \frac{4x^2}{x^2 - 4} - \frac{2 - x}{2 + x} \right) : \frac{x^2 - 3x}{2x^2 - x^3}$

- a) Tìm điều kiện của x để giá trị của S xác định.
b) Rút gọn P .
c) Tính giá trị của S với $|x - 5| = 2$
d) Tìm x để giá trị của x để $P < 0$.

Bài 8: Cho phân thức $C = \frac{3x^2 - x}{9x^2 - 6x + 1}$.

- a) Tìm điều kiện xác định phân thức.
b) Tính giá trị của phân thức tại $x = -8$.
c) Rút gọn phân thức.
d) Tìm x để giá trị của phân thức nhận giá trị âm.

Bài 9: Cho phân thức : $P = \frac{3x^2 + 3x}{(x + 1)(2x - 6)}$

- a) Tìm điều kiện của x để P xác định.
b) Tìm giá trị của x để phân thức bằng 1
c) Tìm x để giá trị của phân thức nhận giá trị dương

B- PHẦN HÌNH HỌC

Bài 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi M là giao điểm của AF và DE , N là giao điểm của BF và CE .

- a) Tứ giác $ADFE$ là hình gì? Vì sao?
b) Chứng minh $EMFN$ là hình vuông.

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A , đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AC , K là điểm đối xứng với M qua I .

- a) Tứ giác $AMCK$ là hình gì? Vì sao?

b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AMCK là hình vuông.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. Gọi D là điểm đối xứng với H qua AC. Chứng minh:

- a) D đối xứng với E qua A.
- b) Tam giác DHE vuông.
- c) Tứ giác BDEC là hình thang vuông.
- d) $BC = BD + CE$

Bài 4: Cho hình thoi ABCD, O là giao điểm hai đường chéo. Vẽ đường thẳng qua B và song song với AC, vẽ đường thẳng qua C và song song với BD, hai đường thẳng đó cắt nhau tại K.

- a) Tứ giác OBKC là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh: $AB = OK$.
- c) Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác OBKC là hình vuông.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AC, K là điểm đối xứng của M qua I.

- a) Tứ giác AMCK là hình gì? Vì sao?
- b) Tứ giác AKMB là hình gì? Vì sao?
- c) Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh tứ giác ABEC là hình thoi.

Bài 6: Cho hình bình hành ABCD có $AD = 2AB$, $\angle A = 60^\circ$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BC và AD.

- a) Chứng minh $AE \perp BF$.
- b) Chứng minh tứ giác BFDC là hình thang cân.
- c) Lấy điểm M đối xứng của A qua B. Chứng minh tứ giác BMCD là hình chữ nhật.
- d) Chứng minh M, E, D thẳng hàng.

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle BAC = 60^\circ$, kẻ tia Ax song song với BC. Trên Ax lấy điểm D sao cho $AD = DC$.

- a) Tính các góc $\angle BAD$ và $\angle DAC$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình thang cân.
- b) Gọi E là trung điểm của BC. Chứng minh tứ giác ADEB là hình thoi.
- c) Cho $AC = 8\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$. Tính diện tích hình thoi ABED

MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ 1

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $2x(x^2 - 3x + 1)$

b) $(12x^3y^3 + 15xy^4) : 3xy^2$

c) $\frac{2x}{x-3} + \frac{x-9}{x-3}$

d) $\frac{3x+5}{x^2-5x} - \frac{25-x}{5x-25}$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $5x - 10xy$

b) $x^2 + 2xy + y^2 - 9z^2$

c) $3x^2 - 2x - 5$

Bài 3: Tìm x, biết:

a) $3x(x-2019) - x + 2019 = 0$

b) $(x+2)^2 - x(x-3) = -10$

Bài 4: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x-3}{x} - \frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2-3x} \right) : \frac{2x-2}{x}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức P được xác định.

b) Rút gọn P.

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC.

Qua I vẽ IM vuông góc với AB tại M và IN vuông góc với AC tại N.

a) Tính AI.

b) Chứng minh tứ giác AMIN là hình chữ nhật.

c) Gọi D là điểm đối xứng của I qua N. chứng minh tứ giác ADCI là hình thoi.

d) Đường thẳng BN cắt DC tại K. Chứng minh $DC = 3DK$.

Bài 6: Cho x, y thỏa mãn $2x^2 + y^2 + 9 = 6x + 2xy$

Tính giá trị của biểu thức $A = x^{2019}y^{2020} - x^{2020}y^{2019} + \frac{1}{9}xy$

ĐỀ 2

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $3x(x^2 - 7x + 9)$

b) $(15x^3y - 10x^2y) : 5xy$

c) $\frac{-6x}{2x-3} + \frac{2x+6}{2x-3}$

d) $\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} - \frac{x^2+7}{x^2-1}$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x^2 - 9x$

b) $x^2 - y^2 + xz - yz$

Bài 3: Tìm x, biết:

a) $2x(x+5) + x(3-2x) = 26$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Bài 4: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{5x+2}{x^2-4} \right) : \frac{2}{x+2}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức P được xác định.

b) Rút gọn P.

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC. Trên tia đối của tia DE lấy điểm F sao cho D là trung điểm của cạnh EF.

a) Chứng minh tứ giác BFCE là hình bình hành.

b) Chứng minh tứ giác BFEA là hình chữ nhật.

c) Gọi K là điểm đối xứng với F qua E. Chứng minh tứ giác AFCK là hình thoi.

d) Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Gọi M là trung điểm của HC. Chứng minh $FM \perp AM$.

Bài 6:

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh $A = 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 > 0$

ĐỀ 3

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $2x^2(3x-5)$

b) $(12x^3y+10x^2y):2x^2y$

c) $\frac{5xy-4}{2x^2y^3} + \frac{3xy+4y}{2x^2y^3}$

d) $\frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) x^2y+xy^2

b) $x^2-2x+1-4y^2$

c) x^2-5x+4

Bài 3: Tìm x, biết:

a) $x^2-x(x-3)-6=0$

b) $5(x+2)-x^2-2x=0$

Bài 4: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2} \right) : \left(1 - \frac{x}{x+2} \right)$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức P được xác định.

b) Rút gọn P.

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Biết $AB = 15\text{cm}$, $BC = 25\text{cm}$.

a) Tính AC và diện tích tam giác ABC.

b) Từ H vẽ $HM \perp AB$ tại M, $HN \perp AC$ tại N. Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật.

c) Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AN$. Chứng minh tứ giác ADMH là hình bình hành.

d) Gọi K là điểm đối xứng của B qua A. Gọi I, E lần lượt là trung điểm của AH và BH. Chứng minh $CI \perp HK$.

Bài 6: Cho $a + b = 1$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$M = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2) + 6a^2b^2(a + b)$$

ĐỀ 4

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $2x(x^2 - 3x + 4)$

b) $(6a^2b - 4ab^2) : 2ab$

c) $\frac{2x-4y}{3x^2y} - \frac{x-4y}{3x^2y}$

d) $\frac{4y^2}{11x^4} \cdot \left(-\frac{3x^2}{8y}\right)$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 - 4x$

b) $x^2 - 6x + 9 - y^2$

Bài 3: Tìm x, biết: $3x(x-5) + 2x - 10 = 0$

Bài 4: Cho biểu thức: $M = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{4}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức M được xác định.

b) Rút gọn M.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Gọi D là trung điểm của BC. Vẽ $DE \perp AB$ tại E, $DF \perp AC$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác AEDF là hình chữ nhật.

b) Gọi M là điểm đối xứng của D qua F. Chứng minh tứ giác ADCM là hình thoi.

c) Chứng minh tứ giác ABDM là hình bình hành.

d) Đường thẳng BF cắt MC tại N. Chứng minh $\frac{MN}{MC} = \frac{1}{3}$

Bài 6: Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a + b + c = abc$. Tính giá trị của biểu thức sau: $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

ĐỀ 5

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $6x^2y^3 : 2xy^2$

b) $\frac{2}{5}xy(x^2y - 5x + 10y)$

c) $\frac{x^2+1}{2xy} - \frac{2x}{2xy}$

d) $\frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 - 8x$

b) $x^2 + 6xy - 25 + 9y^2$

Bài 3: Cho biểu thức: $A = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{x^2+4x}{x^2-4}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A được xác định.

b) Rút gọn A.

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH. Từ H kẻ $HM \perp AB$ ($M \in AB$), $HN \perp AC$ ($N \in AC$). Gọi D là điểm đối xứng với H qua M, E là điểm đối xứng với H qua N. Chứng minh:

a) Tứ giác AMHN là hình chữ nhật.

b) Tứ giác AMNE là hình bình hành.

c) A là trung điểm của DE.

d) $BC^2 = BD^2 + CE^2 + 2.BH.HC$

Bài 5: Cho $xyz = 1$. Tính tổng $A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$

ĐỀ 6

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $x^2(3x+2)$

b) $(10x^3y - 25x^2y) : 5x^2y$

Bài 2: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 - 4x$

b) $x^2 - 10x + 25 - 9y^2$

Bài 3: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{-18y^3}{24x^4} \cdot \left(-\frac{15x^2}{9y^3}\right)$

b) $\frac{2x}{x-4} - \frac{5x-2}{x^2-16}$

Bài 4: Cho biểu thức: $A = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x(x-2)}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A được xác định.

b) Rút gọn A.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A. Từ trung điểm M của cạnh BC kẻ $MD \perp AB$, $ME \perp AC$ ($D \in AB, E \in AC$)

a) Chứng minh tứ giác ADME là hình chữ nhật.

b) Gọi F là điểm đối xứng của M qua E. Chứng minh tứ giác AFCE là hình thoi.

c) Gọi O là trung điểm của AM. Chứng minh ba điểm B, O, F thẳng hàng.

d) Biết $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Tính diện tích hình chữ nhật ADME.

Bài 6: Cho $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$. chứng minh rằng $x = y = z$

ĐỀ 7

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $3x(x-2)$

b) $(x-2)(x+1)$

Bài 2:

a) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: $x^3 - 4x$

b) Tìm x, biết: $x(x-10) + x - 10 = 0$

Bài 3: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x-3}$

b) $\frac{x}{x+5} : \frac{x}{x^2-25}$

Bài 4: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x-2} + \frac{8}{x^2-4} - \frac{x}{x+2} \right) : \frac{4}{x-2}$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A được xác định.

b) Rút gọn A.

Bài 5: Cho hình chữ nhật ABCD. Từ A vẽ $AH \perp BD$ ($H \in BD$). Gọi I, K, F theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD.

a) Chứng minh $KI \parallel AB$.

b) Chứng minh tứ giác DIKF là hình bình hành.

c) Chứng minh $\angle AKF = 90^\circ$.

d) Tính diện tích tam giác AKB biết $AB = 20\text{cm}$, $AD = 15\text{cm}$.

Bài 6: Xác định các số a và b để đa thức $x^3 + ax + b$ chia hết cho đa thức $x^2 + x - 2$.

-----**HẾT**-----